

目 录

| | |
|------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论 | 1 |
| 1.1 数字信号处理 | 1 |
| 1.2 数字信号处理研究的内容 | 3 |
| 1.3 数字信号处理的应用 | 5 |
| 1.4 数字信号处理理论发展的历史回顾 | 6 |
| 第 2 章 入门基础 | 8 |
| 2.1 DSP 应用 | 8 |
| 2.2 离散时间信号 | 9 |
| 2.3 滤波器设计发展史 | 21 |
| 2.4 模拟和数字信号处理 | 24 |
| 课后习题 | 28 |
| 第 3 章 数字滤波器的基本结构 | 29 |
| 3.1 数字滤波器的概述 | 29 |
| 3.2 IIR 数字滤波器的基本结构 | 31 |
| 3.3 FIR 数字滤波器的基本结构 | 35 |
| 3.4 最小相位网络 and 全通网络 | 40 |
| 课后习题 | 44 |
| 第 4 章 无限长单位冲激响应数字滤波器设计 | 45 |
| 4.1 数字滤波器 | 45 |
| 4.2 模拟低通滤波器 | 47 |
| 4.3 冲激响应不变法滤波器设计 | 54 |



| | |
|----------------------------------|-----|
| 4.4 双线性映射法 | 57 |
| 4.5 模拟滤波器设计 IIR 数字滤波器 | 62 |
| 课后习题 | 69 |
| | |
| 第 5 章 有限长单位冲激响应数字滤波器设计 | 70 |
| 5.1 线性相位 FIR 滤波器的特点 | 70 |
| 5.2 窗函数设计法 | 77 |
| 5.3 其他频带 FIR 滤波器设计方法 | 87 |
| 5.4 数字滤波器的计算机辅助设计 | 89 |
| 5.5 IIR 和 FIR 数字滤波器的比较 | 94 |
| 5.6 脑电信号的 FIR 数字带通滤波器滤波实例 | 95 |
| 课后习题 | 95 |
| | |
| 第 6 章 数字谱分析 | 97 |
| 6.1 随机信号的数学描述 | 97 |
| 6.2 功率谱估计 | 103 |
| 6.3 功率谱估计的自相关函数法 | 105 |
| 6.4 谱估计的周期图法 | 110 |
| 6.5 离散随机信号通过线性时不变系统 | 119 |
| 课后习题 | 124 |
| | |
| 第 7 章 数字信号处理在地学工程中的应用 | 126 |
| 7.1 广义 s 变换在探地雷达层位识别中的应用 | 126 |
| 7.2 自动钻进系统的钻具振动去噪技术 | 132 |
| 7.3 随钻测量泥浆信号的噪声处理 | 137 |
| | |
| 第 8 章 离散傅里叶变换及其快速算法 | 146 |
| 8.1 离散傅里叶级数及性质 | 146 |
| 8.2 离散傅里叶变换 | 153 |
| 8.3 离散傅里叶变换的特性 | 156 |
| 8.4 频率域采样 | 160 |
| 8.5 离散傅里叶变换的应用 | 163 |
| 8.6 快速傅里叶变换 | 166 |
| 8.7 利用 FFT 进行信号的频谱分析 | 179 |



| | |
|--|-----|
| 第 9 章 信号的傅里叶变换工程问题与实践 | 186 |
| 9.1 傅里叶变换的频谱泄漏 | 186 |
| 9.2 实数序列的频谱计算 | 190 |
| 9.3 信号的移位 DFT 特性 | 195 |
| 9.4 用 DFT 对模拟信号作频谱分析 | 197 |
| 第 10 章 用 MATLAB 实现数字信号处理的应用案例 | 199 |
| 应用 1 系统响应及系统稳定性 | 199 |
| 应用 2 信号的时域采样与频域采样 | 201 |
| 应用 3 用 FFT 对信号作频谱分析 | 204 |
| 应用 4 FIR 数字滤波器的特性 | 205 |
| 应用 5 频率采样法设计 FIR 数字滤波器 | 208 |
| 应用 6 FIR 数字滤波器设计综合实验 | 211 |
| 应用 7 双线性变换法设计 IIR 数字滤波器 | 214 |
| 应用 8 IIR 数字滤波器设计综合实验 | 216 |
| 应用 9 实现方法及结果 | 219 |
| 应用 10 实现方法及结果 | 224 |
| 应用 11 实现方法及结果 | 230 |
| 应用 12 实现方法及结果 | 239 |
| 应用 13 实现方法及结果 | 246 |
| 应用 14 实现方法及结果 | 254 |
| 应用 15 实现方法及结果 | 260 |
| 应用 16 实现方法及结果 | 265 |
| 参考文献 | 272 |

延边大学出版社

第 1 章 绪 论

当前的社会是一个信息社会，人们利用信息来了解客观事物的现象，探索其规律，控制和利用能源。信号是信息的重要载体，通过对信号的采集、变换、运算等加工处理，可以了解信号所包含的信息。近几十年来随着计算机技术和微电子技术的发展，数字信号处理方法和技术的的重要性日益显著，目前在语音与数据通信、图像传输、电子仪器、生物医学工程、雷达、机器人控制、日用电子产品等方面获得了广泛的应用。

数字信号处理目前已经形成一个具有坚实的理论基础、理论与算法并重、与其他应用学科相互渗透、具有勃勃生机的新兴学科。可以这么说，信号处理几乎涉及所有的工程技术领域。因此，数字信号处理的理论不但为电子信息及通信类专业作为必备的学科基础，而且也被测控技术、计算机应用、自动化、电气工程、机械电子、生物医学工程等专业作为重要的专业基础之一。

本章介绍数字信号处理的一些基本概念，对其应用和发展做简明的叙述。

1.1 数字信号处理

所谓信号处理，就是对通过观测得到的各类物理信号（或数据）根据一定要求进行变换或运算等加工处理，以满足工程技术领域或其他实际要求。例如滤波、调制、解调、均衡、信号特征提取等都是常见的信号处理类型。

20 世纪 60 年代以前，信号处理一般采取模拟技术，最常见的信号处理系统是各类滤波器。模拟系统信号处理是实时的，但信号处理类型受到限制，易受噪声影响，精度较差。

随着数字计算机和微电子技术的发展，数字信号处理技术应运而生。所谓数字信号处理（Digital Signal Processing），就是采用数字系统对信号进行处理，这使得信号处理领域发生了革命性的变化。



1.1.1 数字信号处理系统的基本组成

图 1-1 是一个采用数字系统进行信号处理的示意图。 $x_a(t)$ 为待处理模拟信号, $y_a(t)$ 为处理后的模拟信号。为了便于处理, 首先要通过预滤波将 $x_a(t)$ 的频谱限制在一定的频率范围, 以便可以选择合适的采样频率。模-数 (A-D) 转换器的作用是将连续的模拟信号进行采样, 并以一定的精度量化为离散的数字信号。该离散信号按一定的算法进行处理后, 得到待输出的数字信号。这个信号经过 D-A 转换后, 变为阶梯形式的模拟信号。对阶梯形式的模拟信号进行平滑滤波后, 最终得到处理后的模拟信号 $y_a(t)$ 。

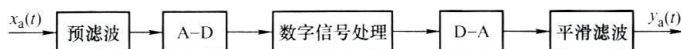


图 1-1 数字系统进行信号处理示意图

在图 1.1 所示系统中, 数字信号处理是系统的核心部分。数字信号处理的过程就是利用计算机或专用数字系统采用一定的数值算法对数字信号进行加工或变换, 例如卷积运算、特征值估计、识别等。应当注意的是, 离散信号与数字信号具有不同的含义。离散信号在时间自变量取值为离散值, 在信号幅值上是连续的。而数字信号在时间上是离散的, 在信号幅值取值上是以有限精度离散量化值来表示的。不过, 目前在信号处理的文献和教科书中, 离散信号处理和数字信号处理这两个术语往往是通用的。

1.1.2 数字信号处理的优点

数字信号处理系统中由于采用了以计算机为核心的数字系统, 所以具有一系列明显的优点。

首先是系统的抗干扰能力强。模拟信号处理系统对各类噪声比较敏感, 特别是系统中出现脉冲干扰时, 系统的输出会出现偏差, 可能导致错误的结果。而数字系统对于脉冲干扰具有较强的抗干扰能力, 在多数情况下可以有效排除干扰的影响, 不影响系统处理的结果。

其次是数字信号处理系统可以达到比较高的处理精度, 尽管从理论上说, 模拟信号处理系统可以达到任意设计的处理精度, 但是由于模拟电子器件的参数离散性及元件生产存在的容差, 使得理论设计的系统和实际实现的系统有比较大的区别, 以而使得系统处理的信号精度受到影响。数字信号处理系统的精度取决于 A-D 转换的字长, 一般可比模拟系统高 1—2 个数量级。

模拟信号处理系统一旦设计制作完成, 系统的功能就唯一确定, 即使稍稍改变系统的功能, 也需要重新设计制作系统。而数字信号处理系统具有高度的灵活性, 系统的性能可



由软件编程改变,不但可以实现类似于模拟系统的数字滤波器,而且可以实现现代谱估计、自适应滤波等复杂的信息处理过程。

数字信号处理系统还具有易于集成、利于小型化的特点,因此可以嵌入到现代仪器仪表中,构成智能化仪器仪表。

1.2 数字信号处理研究的内容

随着微电子技术和计算机技术的发展,数字信号处理已经成为具有坚实理论基础、应用领域极为广泛的新兴学科。本节简单介绍数字信号处理学科的主要研究内容。

1.2.1 离散线性系统的基本理论

数字信号处理的学科理论基础是离散系统理论,特别是离散线性系统的理论。离散系统的理论包含离散信号的分析 and 离散系统的分析。离散信号分析的内容主要包含信号的描述与运算,信号的变换,信号在不同域(例如频域、 z 域)的特征及分析等。离散线性系统理论主要包含系统的描述、离散线性系统的模拟、离散线性系统的基本性质、离散线性系统的时域分析、离散线性系统的系统函数与频率特性、离散线性系统的稳定性等方面的内容。离散系统的基本分析方法和连续系统的分析方法在许多方面具有并行的相似性。例如差分方程描述离散系统对应于微分方程描述连续系统;采用卷积和计算离散线性系统的零状态响应对应于采用卷积积分计算连续线性系统的零状态响应;采用 z 变换和离散信号傅里叶变换研究离散线性系统的方法和采用拉普拉斯变换和连续信号傅里叶变换研究连续线性系统的方法也有某种对应的关系。然而离散系统理论和连续系统理论仍然具有某些重要的差别,使得离散系统理论体现出某些特殊的特性。

1.2.2 信号的离散正交变换及快速算法

一个具体的信号可以看作是信号空间中的一个向量。如同某一空间中的任一向量在直角坐标系可以分解为该空间正交向量的组合那样,任意一个信号也可以看作是信号空间中若干正交信号向量的组合。若任意一个信号总可以采用一组正交信号向量组合来表示,这种表示方式就称为信号的正交分解,也称为正交变换。为了研究信号的性质,需要对信号进行正交变换。离散傅里叶变换、离散正弦变换、离散余弦变换等都是离散信号的常见正交变换,这些变换的性质、特点及计算都是人们关注的问题。快速算法是指采用计算机实



现离散正交变换的高效算法, 各种快速算法的提出使得数字信号处理理论应用的广度和深度都日益扩展。可以这么说, 数字信号处理学科的发展与算法的进展密不可分。

1.2.3 数字滤波器的设计

滤波就是在频域中将信号中不需要的频率分量有效消除而保留所需要的频率分量。模拟滤波器是采用模拟电子器件设计而形成的具有滤波功能的电子系统。数字滤波器则采用离散系统对离散信号在频域中实现滤波的功能。数字滤波器在本质上是对输入离散信号按一定的方式对信号进行变换, 而得到所需要的输出离散信号。数字滤波器从实现方法上可以分为无限冲激响应滤波器(IIR)和有限冲激响应滤波器(FIR)。无限冲激响应滤波器的设计一般以模拟滤波器的理论为基础, 根据模拟滤波器的系统函数, 按照一定规则进行转换得到数字滤波器的系统函数。有限冲激响应滤波器的设计建立在对理想滤波器进行某种近似的基础上, 主要有窗函数法、频率抽样法及最佳一致逼近法等。有限冲激响应滤波器的优点是系统总能保证稳定性, 并且易实现线性相位。数字滤波器的设计已经成为初等数字信号处理课程的基本内容之一。

1.2.4 随机信号的处理

在信号处理领域(例如语音信号处理、生物医学信号处理、雷达信号处理等)中所涉及的信号多数为随机信号。随机信号的处理是现代信号处理理论的研究热点和重点领域。随机信号可分为平稳信号和非平稳信号。对平稳信号, 需要分析信号的相关函数及功率谱, 以对信号的特征进行分析。信号的相关函数或谱分析需要了解足够多的样本信号, 即使对于各态遍历的平稳信号, 也需要了解所有时刻信号的观测值。由于只能得到有限个信号的观测值, 因而产生了由有限数据进行相关函数及功率谱的估计问题。而现代谱估计是数字信号处理研究中最活跃的领域之一。对于非平稳信号, 其频率特性随时间变化, 需要分析信号的时频特性。非平稳信号的时频分析、小波分析是现代信号处理研究中最活跃的领域之一, 已经取得很多成果, 并应用到信号处理实际中。

1.2.5 连续信号的采集与重构

在数字信号处理的应用中, 往往是对连续信号进行采样后再处理, 最后将处理好的离散信号恢复为连续信号。因此需要研究连续信号的采集与重构方法。信号采集要研究的主要问题是使如何使抽样信号保持原连续信号的全部频谱信息, 量化误差分析。信号的重构实际是根据离散信号进行内插以恢复对应的连续信号, 其理想重构是采用理想滤波器来实现。其他如A-D、D-A技术, 多抽样率等也是信号采集与重构所关心的基本问题。



1.3 数字信号处理的应用

数字信号处理技术现已广泛应用于通信、雷达、电子测量与仪器、语音与图像处理、音频和视频、生物医学工程、工业控制、汽车、机器人控制等多个领域。下面简要介绍数字信号处理的一些典型应用。

1.3.1 电子测量与仪器

电子测量与仪器是数字信号处理广泛应用的领域之一，频谱分析仪是其中的典型代表。频谱分析仪是一个实时信号处理系统，它以硬件实现的实时FFT为核心，可以实现离散傅里叶变换和反变换、卷积、相关函数、功率谱等实时运算功能，为现代科学研究和信号处理提供了很好的工具。随着数字信号处理芯片（DSP）的飞速发展，越来越多的电子仪器嵌入了信号处理功能，形成智能电子仪器，例如数字滤波器、智能示波器、瞬态分析、模式匹配、函数发生器、逻辑分析仪、信令分析仪等。

1.3.2 现代通信

现代通信中大量应用了基于数字信号处理的相关技术。例如数字处理接收机，具有滤波、解调、工作方式选择（调幅、单边带、调频、数据通信等）等功能；PCM通信中的处理与变换，时分复用与频分复用的数字化接口都可以利用数字信号处理技术实时实现。数字信号处理技术还广泛应用于数据加密、回波抵消、视频会议、IP电话和数字广播中。

1.3.3 语音与图像处理

语音与图像处理是数字信号处理应用最活跃的领域之一。语音处理中的语音增强、语音识别、语音合成、文本/语音交换等，或从输入信号中提取有用信息，或是为了解释信号，为最终能进行信号解释的智能处理系统提供一个信号预处理。图像处理涉及摄影图像、气象图像、地质勘探图像、医疗图像、动画和数字地图等。其目的是为了提高图像质量，或进行提取特征，或进行压缩以便于传输，或为了进行模式识别，主要内容有图像增强、图像复原、图像重建、图像压缩编码、图像识别和图像传输等。



1.3.4 生物医学信号处理

现代医学中需要面对大量的医学信号处理问题,例如脑电信号、心电信号、肌电信号、视觉信号和医用图像处理等,它们是对人体进行诊断、监护和治疗的重要依据。生物信号是一类比较复杂的随机信号,具有信号弱、非平稳性、噪声背景强的特点,需要采用先进的信号处理方法,例如相关技术、谱估计、相干平均、最优线性滤波和自适应滤波等。近年来,时频分析、小波变换也应用到生物医学信号处理中。

1.3.5 控制及自动化

在控制工程中,会遇到大量的信号处理问题,维纳滤波、卡尔曼滤波等被应用于对随机信号的波形特征、信号状态进行估计。近年来,DSP 技术也在自动化领域及控制领域获得广泛应用,例如磁盘驱动控制、打印机控制、伺服电动机控制、汽车发动机控制、机器人控制和电力系统控制等。

1.4 数字信号处理理论发展的历史回顾

数字信号处理的理论基础是离散系统理论,而离散系统理论和方法在 17—18 世纪就已经萌芽。例如微积分的数值解法,有限差分、内插公式等,都是经典的数值分析方法,这些方法可以认为是离散系统分析方法的先驱。1805 年,高斯发现了和快速傅里叶变换(FFT)相近的原理,而这时傅里叶分析方法还没有提出。

随着连续线性系统理论的发展及其应用的进展,离散系统的理论也在平行地得到发展,尽管离散系统的分析方法如差分方程的求解、 z 变换理论及其在离散系统中的应用、离散系统的频域分析及离散傅里叶变换理论等已经构成离散系统的理论框架,但是在计算机产生之前,这些方法并未实际应用于信号处理领域中。直到 20 世纪 50 年代初,信号处理还是主要采用模拟电子系统完成的。随着计算机的出现,到了 20 世纪 50—60 年代,计算机开始应用于离线信号处理,例如贝尔实验室的声码器仿真。信号处理的应用也大大推动了离散系统理论的发展,不过,受到计算机系统结构及运算速度的限制,信号处理一般无法实时进行。即使如此,由于计算机可以实现更加复杂的算法,因此数字信号处理比模拟信号处理具有更大的优越性。

1965 年,Cooley、Tukey 发现了快速傅里叶变换(FFT)算法,这种高效算法使得进



行离散傅里叶变换的计算时间减少了几个数量级，大大提高了信号处理的速度。同时，由于大规模集成电路的发展，使得 FFT 可以采用专用数字硬件系统实现。以上这些使得数字信号处理走向真正的实时应用，相关理论、算法飞速发展，迅速形成数字信号处理这个学科。

20 世纪 70 年代以来，集成电路技术的发展，使数字信号处理技术在通信、智能仪表、视频、控制、生物医学方面得到广泛应用。80 年代以来，信号处理理论和方法继续向非平稳、非高斯信号处理的领域发展，自适应滤波、时频分析、小波变换、多抽样率信号处理、现代谱估计、高阶统计量分析等理论和方法的提出使得信号处理理论的深度和广度进一步扩大，应用领域进一步扩宽，几乎涉及所有工程领域。

数字信号处理以数值分析、概率统计、复变函数理论、随机过程等作为基本工具，以离散信号与系统的理论作为其理论基础，其算法的实现与计算机科学及微电子技术的发展密切相关，其应用和发展又成为现代控制、现代通信、人工智能、模式识别等新兴学科的应用基础之一，成为理论与实践并重、在现代科学技术领域中占有重要地位的新兴学科。

第 2 章 入门基础

我们生活在一个信息化的时代。这种技术大多数是基于数字信号处理（DSP）理论及理论的实现，其中理论的实现是通过嵌入在数字信号处理器（DSP）中的设备完成的。当然，数字信号处理理论及其应用离不开其他学科（如计算机科学与工程），和一些先进技术〔如超大规模集成电路（VLSI）芯片设计与制造技术〕。目前影响我们生活的数字信号处理设备、系统和应用数量非常大，未来几年有望被引入市场的新设备、系统和应用是无穷的。因此，很难预测数字信号处理的未来和信息技术的影响。一些当前应用描述如下。

2.1 DSP 应用

数字信号处理应用多个领域，包括以下几点：

（1）电信。无线或移动电话正在迅速取代有线（固定）电话，这两者都连接在一个大型的通信网络上。它们用于语音通信以及数据通信。因此也有计算机连接到进行数据和信息处理的不同网络上。计算机被用于产生、传输和接收大量通过互联网的信息，并且在同一网络将被更广泛地使用，在将来也会被用在语音通信中。这种技术被称为互联网协议语音（VoIP）或互联网电话。除了被归类为多媒体的声音、音乐和其他音频信号，目前我们可以发送和接收有限数量的文本、图形、照片和来自手机的视频图像——因为有限的手机硬件而不是因为已经开发的软件。然而，由于计算机拥有更大的内存和更高的带宽，所以可以更有效地执行相同的功能。目前，市场上已经有开发的无线电话和计算机的无缝集成产品。以上应用的新技术众所周知有 CDMA，TDMA，扩频，回波消除，信道编码，自适应均衡，ADPCM 编码，和数据加密与解密，其中一些被用在将要介绍的第三代（3G）手机的软件中。

（2）语音处理。不论是有线电话（固定电话）或是无线（蜂窝）电话在电信网络的



实时语音传输质量都是非常高的。语音识别、语音合成、语声验证、语音增强,文本-语音翻译、语音听写是语音处理的一些其他应用。

(3) 消费类电子产品。除了我们已经提到的蜂窝电话或手机,消费电子产品还有高清电视、数码相机、数字电话、录音电话、传真和调制解调器、音乐合成器、录音和音乐信号的混合产生的CD和DVD。在许多家庭里都有环绕声娱乐系统,包括CD和DVD播放器、激光打印机、复印机和扫描仪。但是电视机、计算机、电话、CD-DVD播放器、扫描仪在家里作为独立的系统。然而,电视可以像计算机一样用来阅读电子邮件和访问互联网,计算机可以用来调整和查看电视频道,并记录和播放音乐,以及CD-DVD数据分享和拨打VoIP电话。这种少系统多应用的发展趋势有望在不久的将来加速。

(4) 生物医学系统。应用在医院和生物医学的机器的多样性是惊人的。其应用包括X光机、MRI、PET扫描、骨扫描、CT、超声成像、胎儿监测、病人监测,ECG和EEG。另一个先进数字信号处理的例子是助听器和心脏起搏器。

(5) 图像处理。图像增强、图像恢复、图像理解、计算机视觉,雷达和声呐处理、地球物理和地震数据处理、遥感、气象监测是图像处理的一些应用。对从不同角度拍摄的几张照片进行二维重构和从几张连续切片进行三维重构也已有许多应用。

(6) 军事电子。在军事、国防电子系统中的数字信号处理的应用使用了非常先进的技术。其中一些应用是GPS和导航、雷达和声呐图像处理、目标检测和跟踪、导弹制导、安全通信、干扰和对策、侦察机的远程控制及电子战等。

(7) 航空航天和汽车电子:应用包括飞行器和自动引擎的控制、飞行器飞行性能的监测和控制、导航和通信、汽车的振动分析和防滑控制、飞机的制动控制、悬浮控制、汽车的舒适性等。

(9) 工业应用。数控、机器人、发动机控制、制造自动化、安全访问、视频会议,这些都是工业应用。

显然,在不同的设备和系统上这些应用有一些重叠。新应用的数量和对现有应用改善的数量将在不久的将来继续以极快的速度增长。

2.2 离散时间信号

信号将某些物理量的变化定义为有一个或多个自变量的函数,而这个变化包含我们感兴趣的信息。例如,一个连续时间信号周期包含的值中包含基频和谐波,以及各个谐波的振幅和相位角度。信号处理的目的是修改给定信号,使在某种定义好的意义下信息的质量得以改进。例如,在录制音乐的调音台,调整不同的过滤器的频率响应,这样才能提供尽



可能高保真质量的整体音频信号（音乐）。注意电话目录或从互联网网站下载的百科全书的内容包含很多有用的信息，但根据上述定义，其内容不构成信号。当被输入信号激励的时候，正是由于函数和独立变量之间的关系，使得我们能够获得建模信号的方法和找到系统的输出。这也让我们为设计这些系统而寻找方法，这样包含在输入信号中的信息才能改善。

我们把一个连续时间信号定义为一个有连续独立变量的函数。一维连续时间信号 $f(t)$ 被表示为一个时间从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 连续变化的函数。但它也可能是一个另一些变量（如温度、压力或海拔）的函数；然而，我们将它们表示成连续时间信号，时间是连续的，但是信号在一些时刻可能不连续。信号可能是时间的实值函数或复值函数。我们还可以把一组连续时间信号定义为从所有时间的值到有相应属性的函数值之间的映射集。只要函数在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的时间域被定义好之后，它在所有的独立变量 t 上都是可微的（除了在有限数量的值）。两个连续时间函数的例子，如图 2-1 所示。

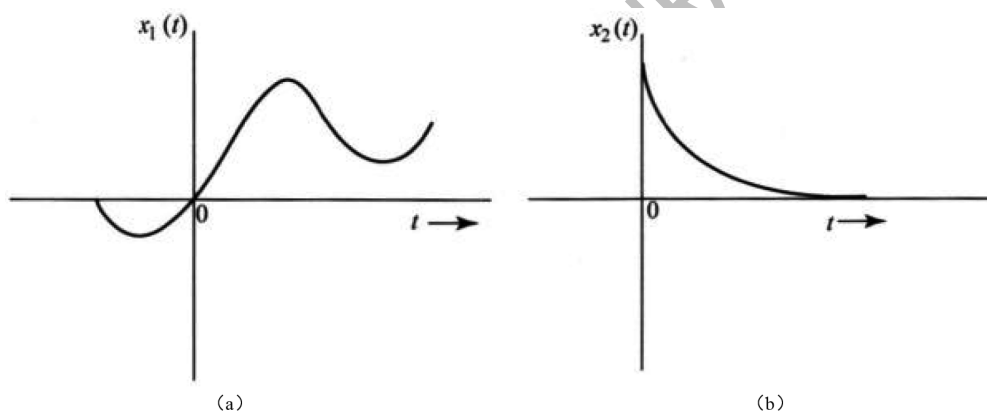


图 2-1 两个连续时间信号样本

离散时间信号是只在离散时间的时刻被定义而在其他值的时间没有被定义的函数。虽然离散时间函数可以在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 上的任意时间间隔被定义，但是我们只考虑一个在相同时间间隔被定义的函数，且在 $t=nT$ 被定义，这里 T 是一个以秒为单位的固定时间间隔，被称为采样周期， n 是一个定义在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整数变量。如果我们把 $f(t)$ 在相同时间间隔 T 上取样，就生成 $f(nT) = f(t)$ 的数列。因为 T 是固定的， $f(nT)$ 是只和唯一整数变量 n 有关的函数，因此可以认为是 n 的函数或表示为 $f(n)$ 。连续时间函数 $f(t)$ 和离散时间函数 $f(n)$ 绘制在图 2-2 中。

在本书中，我们将离散时间（DT）函数作为一个 DT 序列、DT 信号或 DT 级数。所以 DT 函数是一组从所有整数集到实函数或复函数值的集合的映射。 $f(t)$ 和 $f(n)$ 的值是连续的，在连续范围内可以取任何值，因此即使有无限数字也会有值，例如， $f(n) = 0.4\sqrt{2}$ ，如图 2-2 所示。



零阶保持 (ZOH) 电路用于以周期 T 对连续信号 $f(t)$ 进行采样, 前一个时期的采样值保持到下一个采样发生时为止。通过 ZOH 产生的 DT 信号如图 2-3 所示, 其中在每个采样周期中的样本值均是一个常数, 样本可以取任何连续值。这种类型的信号被称为采样信号, 并广泛用于采样控制系统和开关电容滤波器。然而, 保持样本值恒定的时间间隔只是整个系统采样时间的一个极小部分。

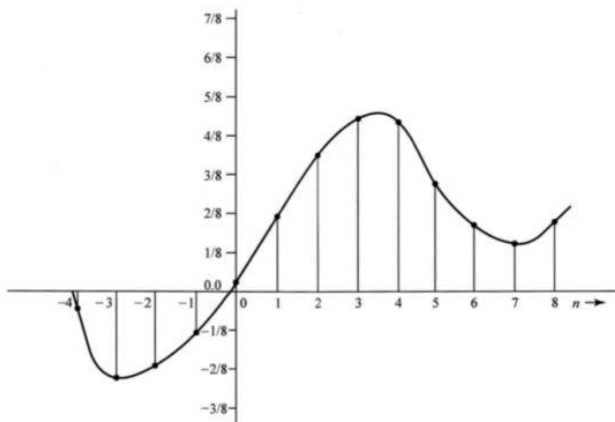


图 2-2 连续时间函数 $f(t)$ 和离散时间函数 $f(n)$

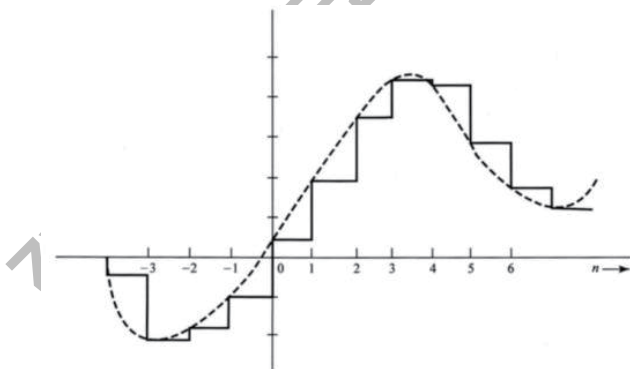


图 2-3 采样数据信号

当采样值通过 ZOH 电路在周期 T (或者是 T 的一小部分) 内作为输出保持不变时, 信号可以通过量化器电路被转换成一个值, 以二进制形式表示为有限值。这样的过程称为二进制编码或量化。数值表示的精度由二进制位数决定。例如, 如果选择 3 位, 使用一个称为“有符号定点值二进制表达”的方法来表述它们的值, 多出的一位表示正或负, 我们有有限数量的值, 用二进制表示形式和等效十进制的形式。请注意, 一个 4 位二进制形式可表达 $-7/8 \sim 7/8$ 之间的值, 并有 15 个数值等级, 如表 2-1 所示。所以 ZOH 的输出值 $f(n)$, 位于这些不同量级之间, 并根据量化器的一些规则舍入或截断, 当量化器输出编码成等效的二进制形式时, 称为数字信号。

表 2-1 位二进制数和其十进制等价数

| 二进制形式 | 十进制数值 |
|-----------------|-------------------------|
| $0_{\Delta}111$ | $\frac{7}{8} = 0.875$ |
| $0_{\Delta}110$ | $\frac{6}{8} = 0.750$ |
| $0_{\Delta}101$ | $\frac{5}{8} = 0.625$ |
| $0_{\Delta}100$ | $\frac{4}{8} = 0.500$ |
| $0_{\Delta}011$ | $\frac{3}{8} = 0.375$ |
| $0_{\Delta}010$ | $\frac{2}{8} = 0.250$ |
| $0_{\Delta}001$ | $\frac{1}{8} = 0.125$ |
| $0_{\Delta}000$ | $0.0 = 0.000$ |
| $1_{\Delta}000$ | $-0.0 = -0.000$ |
| $1_{\Delta}001$ | $-\frac{1}{8} = -0.125$ |
| $1_{\Delta}010$ | $-\frac{2}{8} = -0.250$ |
| $1_{\Delta}011$ | $-\frac{3}{8} = -0.375$ |
| $1_{\Delta}100$ | $-\frac{4}{8} = -0.500$ |
| $1_{\Delta}101$ | $-\frac{5}{8} = -0.625$ |
| $1_{\Delta}110$ | $-\frac{6}{8} = -0.750$ |
| $1_{\Delta}111$ | $-\frac{7}{8} = -0.875$ |

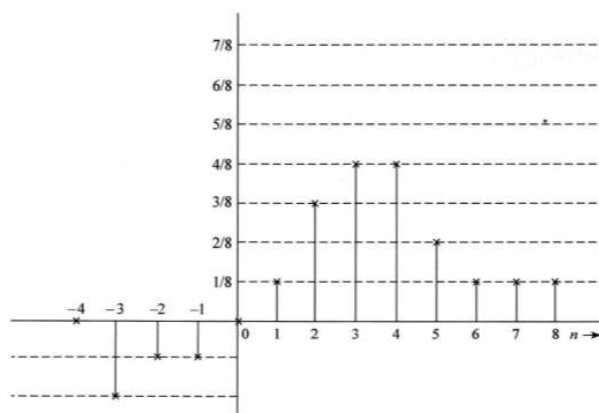
考虑一个模拟信号，如图 2-2 的实线所示。采样时，假设离散时间序列的值如表 2-2 的第二列所示。用六个重要的十进制数表示它们的值，第三列所示的是截断成四位数时的值。当这些值被量化为四个二进制数字（位）时，十进制值被截断成有限的离散值。十进制数表示值被列在表 2-2 的第四列，用二进制数表示的值被列在表 2-2 的第五列。表 2-2 的第三列所示为 $f(n)$ 的二进制值 $f(n)$ 绘制在图 2-4 中。

表 2-2 十进制和二进制形式的数值

| n | $f(n)$ 的十进制值 | $f(n)$ 的四位有效数值 | $f(n)$ 的量化数值 | 二进制形式 |
|-----|--------------|----------------|--------------|-----------------|
| -4 | -0.054307 | -0.0543 | 0.000 | $1_{\Delta}000$ |
| -3 | -0.253287 | -0.2532 | -0.250 | $1_{\Delta}010$ |
| -2 | -0.236654 | -0.2366 | -0.125 | $1_{\Delta}001$ |
| -1 | -0.125101 | -0.1251 | -0.125 | $1_{\Delta}001$ |
| 0 | 0.522312 | 0.5223 | 0.000 | $0_{\Delta}000$ |
| 1 | 0.246210 | 0.2462 | 0.125 | $0_{\Delta}001$ |
| 2 | 0.387508 | 0.3875 | 0.375 | $0_{\Delta}011$ |

续表

| n | $f(n)$ 的十进制值 | $f(n)$ 的四位有效数值 | $f(n)$ 的量化数值 | 二进制形式 |
|-----|--------------|----------------|--------------|-----------------|
| 3 | 0.554090 | 0.5540 | 0.500 | $0_{\Delta}100$ |
| 4 | 0.521112 | 0.5211 | 0.500 | $0_{\Delta}100$ |
| 5 | 0.275432 | 0.2754 | 0.250 | $0_{\Delta}010$ |
| 6 | 0.194501 | 0.1945 | 0.125 | $0_{\Delta}001$ |
| 7 | 0.168887 | 0.1687 | 0.125 | $0_{\Delta}001$ |
| 8 | 0.217588 | 0.2175 | 0.125 | $0_{\Delta}001$ |

图 2-4 在表 2-2 中的二进制值 $f(n)$ 截断后为 4 位

连续时间信号 $f(t)$ 或离散时间信号 $f(n)$ 把物理量的变化表示为一个变量的函数。一个黑白图像可以看作一个二维信号 (m, r) ，构成图片的点的强度沿投影面水平轴 (x 轴；横坐标) 和垂直轴 (y 轴；纵坐标) 测量，并被表示为一个有两个整数变量 m 和 r 的函数。可以把信号 $f(mr)$ 看作是一个二维信号 (x, y) 的离散形式， x 和 y 是图像的水平 and 垂直的连续空间变量； T_1 和 T_2 是分别沿着 x 和 y 轴的采样周期 (单位: m)。换句话说, $f(x, y) \big|_{x=mT_1, y=rT_2} = f(m, r)$ 。

一个黑白视频信号 $f(x, y, t)$ 是一个有两个空间坐标 x 和 y 和一个时间坐标的 3D 函数。当离散化时，我们有一个 3D 离散信号 $f(m, p, n)$ 。当给一个彩色视频信号建模时，它由三个 3D 信号向量表示，分别代表红、绿、蓝三原色之一或者两个亮度和色度的等价形式。所以这是一个多变量函数或一个多通道信号的例子：

$$F(m, r, n) = \begin{bmatrix} f_r(m, p, n) \\ f_g(m, p, n) \\ f_b(m, p, n) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$



2.2.1 离散时间信号的建模与性质

描述整型变量 n 和离散时间信号 $f(n)$ 的值之间的函数关系有几种方法：①绘制 $f(n)$ 对 n 的值，如图 2-2 所示；②汇总值，如表 2-2 所示；③当序列是有限数量的样本时，通过把样本值表示为一组集合来定义序列。

例如，如下所示的一个序列 $x_1(n)$ ，箭头表示当 $n=0$ 时样本的值：

$$x_1(n) = \{2 \quad 3 \quad 1.5 \quad 0.5 \quad -1 \quad 4\} \quad (2.2)$$

↑

用 $x(n)$ 表示 DT 序列且表示序列在特定值 n 时的采样值。如果一个序列当 $n < 0$ 时为零值，那么它被称为因果序列。说因果函数是一个定义 $n \geq 0$ 上的序列是不准确的，因为严格地说，一个 DT 序列被定义在所有的 n 值上。因此，应该理解为因果序列在 $-\infty < n < 0$ 上的采样值为零。同样的，当一个函数被定义在 $N_1 \leq n \leq N_2$ 上时，可以理解为函数值在 $-\infty < n < N_1$ 和 $N_2 < n < +\infty$ 上值为零。所以在式 (1.2) 中的 $x_1(n)$ 序列在 $2 < n < \infty$ 、 $-\infty < n < -3$ 上为零值。下面给出的离散时间序列 $x_2(n)$ 是一个因果序列。用这种形式表示 $x_2(n)$ ，表明在 $-\infty < n < 0$ 和 $4 < n < +\infty$ 上 $x_2(n) = 0$ ：

$$x_2(n) = \{1 \quad -2 \quad 0.4 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \quad (2.3)$$

↑

有限序列的长度通常被其他作者定义为采样值的数量，这在上面给出的像 $x_2(n)$ 序列的例子中有点模棱两可。函数 $x_2(n)$ 和下面给出的 $x_3(n)$ 是一样的：

$$x_3(n) = \{1 \quad -2 \quad 0.4 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \quad (2.4)$$

↑

但它有更多的采样点吗？所以根据上述定义序列 $x_3(n)$ 的长度将不同于 $x_2(n)$ 的长度。当考虑到像下面给出的 $x_4(n)$ 一样的序列时，定义给出的又是模棱两可的回答：

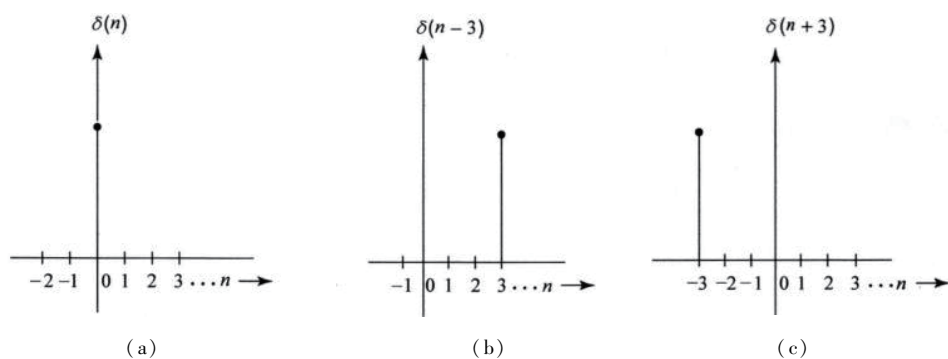
$$x_4(n) = \{0 \quad 0 \quad 0.4 \quad 0.3 \quad 0.4\} \quad (2.5)$$

2.2.2 单位脉冲函数

单位脉冲函数 $\delta(n)$ 的定义

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

如图 2-5a 所示。它通常被称为单位采样函数和单位冲激函数。但注意， $\delta(n)$ 函数在 $n=0$ 时是一个有限值并且在其他整数 n 时为零，而单位冲激函数 $\delta(t)$ 的定义是完全不同的。

图 2-5 单位脉冲函数 $\delta(n)$, $\delta(n-3)$ 和 $\delta(n+3)$

当单位脉冲函数延迟 k 个采样时, 描述如下

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1 & n = k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \quad (2.7)$$

当 $k=3$ 时如图 2-5b 所示。当 $\delta(n)$ 超前 $k=3$ 时, 我们得到 $\delta(n+k)$, 并绘制在图 2-5c 中。

2.2.3 常数序列

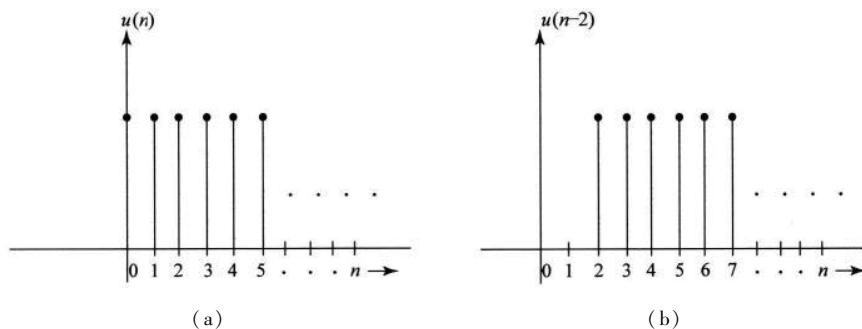
$x(n)$ 序列在所有 n 上都为一个恒定值, 因此定义为 $x(n) = K$; $-\infty < n < \infty$ 。

2.2.4 单位阶跃函数

单位阶跃函数 $u(n)$ 定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

如图 2-6a 所示。



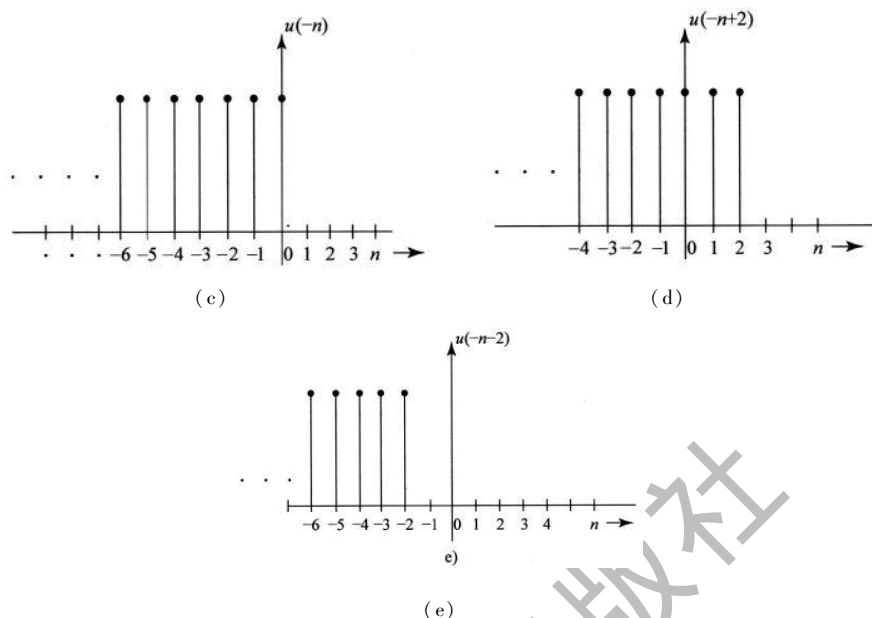


图 2-6 单位阶跃函数

单位阶跃函数延迟 k 个采样, k 是一个正整数, 则

$$u(n-k) = \begin{cases} 1 & n \geq k \\ 0 & n < k \end{cases} \quad (2.9)$$

如果 $u(n)$ 超前 k 个采样则得到序列 $u(n+k)$, 定义为

$$u(n+k) = \begin{cases} 1 & n \geq -k \\ 0 & n < -k \end{cases} \quad (2.10)$$

此外还定义了函数 $u(-n)$, 它是 $u(n)$ 在时间上进行翻转得到的, 在 $n > 0$ 时序列等于零。序列 $u(-n+k)$ 和 $u(-n-k)$ 分别由 $u(-n)$ 延迟 k 和超前 k 得到, 其中 k 是一个正整数。换句话说, $u(-n+k)$ 当 k 为正整数时, 由 $u(-n)$ 延迟得到; 当 k 是一个负整数时, 由 $u(-n)$ 超前得到。注意, 当 k 取正值和负值时, 对 $u(-n-k)$ 和 $u(n-k)$ 的影响是相反的。当 $k=2$ 时, 这些函数如图 2-6 所示。从严格意义上说, 所有这些函数都是隐形地定义为 $-\infty < n < \infty$ 。

2.2.5 实指数函数

实指数函数被定义为

$$x(n) = a^n; \quad -\infty < n < \infty \quad (2.11)$$

其中 a 是实常数。如果 a 是一个复常数, 它就变为复指数序列。实指数序列或复指数序列也可以定义为一个更一般的形式关系



$$x(n) = \begin{cases} a^n & k \leq n < \infty \\ b^n & -\infty < n < k \end{cases} \quad (2.12)$$

我们经常使用的离散时间序列是一个被定义在 $n \geq 0$ 上的函数:

$$x(n) = a^n u(n) \quad (2.13)$$

序列 $x_1(n) = (0.8)^n u(n)$ 如图 2-7a 所示。函数 $x_2(n) = x_1(n-3) = (0.8)^{(n-3)} u(n-3)$ 是由 $x_1(n)$ 延迟三个采样点得到的, 如图 2-7b 所示。但函数 $x_3(n) = (0.8)^n u(n-3)$ 是通过去掉 $x_1(n) = (0.8)^n u(n)$ 的前三个采样点得到的, 如图 2-7c 所示, 它不同于 $x_2(n)$ 。

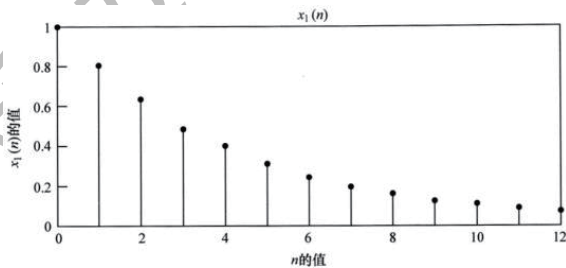
2.2.6 复指数函数

复指数序列是一个 n 的复函数。这个函数的最一般的形式为

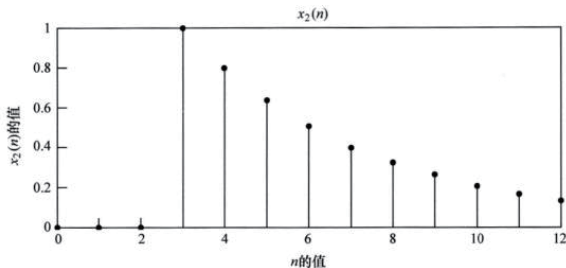
$$x(n) = A \alpha^n, \quad -\infty < n < \infty \quad (2.14)$$

A 和 a 都是复数。如果令 $A = |A| e^{j\varphi}$, $\alpha = e^{(\sigma_0 + j\omega_0)}$, 其中 σ_0 , ω_0 和 φ 是实数, 序列可以扩展为

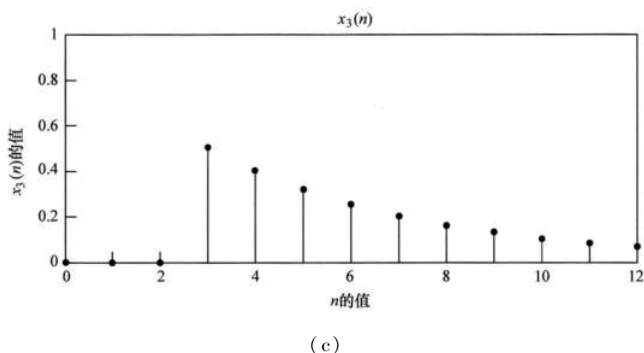
$$\begin{aligned} x(n) &= |A| e^{j\varphi} e^{(\sigma_0 + j\omega_0)n} \\ &= |A| e^{\sigma_0 n} e^{j(\omega_0 n + \varphi)} \\ &= |A| e^{\sigma_0 n} \cos(\omega_0 n + \varphi) + j |A| e^{\sigma_0 n} \sin(\omega_0 n + \varphi) \\ &= x_{\text{re}}(n) + j x_{\text{im}}(n) \end{aligned} \quad (2.15)$$



(a)



(b)

图 2-7 $x_1(n)$, $x_2(n)$ 和 $x_3(n)$

当 $\sigma_0 = 0$ 时, 复指数序列的实部和虚部分别为 $|A| \cos(\omega_0 n + \varphi)$ 和 $|A| \sin(\omega_0 n + \varphi)$, 是一个振幅等于 $|A|$ 的正弦序列。 $\sigma_0 > 0$ 时, 两个序列随着 $n \rightarrow \infty$ 递增, 当 $\sigma_0 < 0$ 时随着 $n \rightarrow \infty$ 递减。当 $\omega_0 = \varphi = 0$ 时, 序列简化为实指数序列 $|A| e^{\sigma_0 n}$ 。

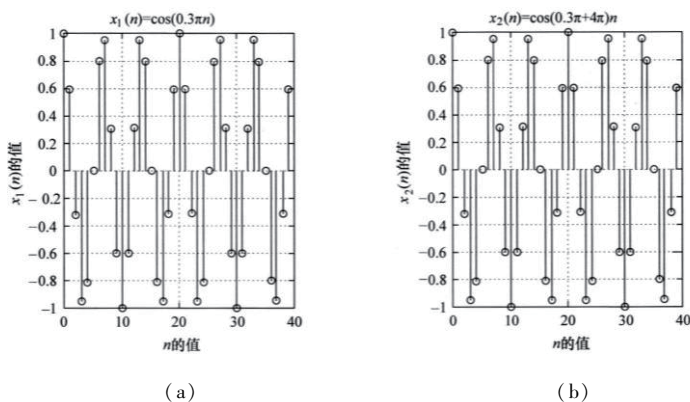
2.2.7 $\cos(\omega_0 n)$ 的性质

当 $A=1$, $\sigma_0 = \varphi = 0$ 时, 得到 $x(n) = e^{j\omega_0 n} = \cos(\omega_0 n) + j\sin(\omega_0 n)$ 。当与连续时间函数 $e^{j\omega_0 t}$ 相比时, 这个函数有一些有趣的特性, 描述如下。

首先, 我们指出, 在 $x(n) = e^{j\omega_0 n}$ 中的 ω_0 是 $f_s = 1/T$ 的归一化频率, f_s 是以 Hz 为单位的采样频率, T 是以 s 为单位的采样周期, 具体来说, $\omega_0 = 2\pi f_0' / f_s = \omega_0' T$, $\omega_0' = 2\pi f_0'$ 是以 rad/s 为单位的实际实频率, f_0' 是以 Hz 为单位的实频率。所以归一化频率 ω_0 的单位是 rad。

性质 (1) 在复指数函数 $x(n) = e^{j\omega_0 n}$ 中, 两个频率由 2π 的整数倍数区别开来。换句话说, 很容易得到 $e^{j\omega_0 n} = e^{j(\omega_0 n + 2\pi r)}$ 。函数 $x(n) = e^{j\omega_0 n}$ 的实部和虚部都是正弦函数, 也具有这个特性。例如, $x_1(n) = \cos(0.3\pi n)$ 和 $x_2(n) = \cos(0.3\pi + 4\pi)n$, 如图 2-8 所示。相比之下, 我们知道如果 ω_1 、 ω_2 不同, 那么两个连续时间函数 $x_1(t) = e^{j\omega_1 t}$ 和 $x_2(t) = e^{j\omega_2 t}$ 或它们的实部和虚部就不同。即使被 2π 的整数倍数区分开, 它们也是不同的。从上面 $e^{j\omega_0 n} = e^{j(\omega_0 n + 2\pi r)}$ 的性质, 可以得到另一个重要结果, 即当两个函数被复指数函数 $e^{j\omega_0 n}$ 或 $e^{j(\omega_0 n + 2\pi r)}$ 激励的时候, 离散时间系统的输出有相同的值。

性质 (2) $e^{j\omega_0 n}$ 序列的另一个重要性质是它是 n 的周期函数。如果存在一个整数 N , 使得 $x(n + rN) = x(n)$, r 是任意整数那么离散时间函数 $x(n)$ 被定义为具有周期性, N 是周期性时间序列的周期。为了找到一个 N 值, 使得 $e^{j\omega_0 n}$ 是周期的, 让 $e^{j\omega_0 n}$ 等于 $e^{j\omega_0(n+rN)}$ 。因此 $e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 n} e^{j\omega_0 rN}$, 条件满足时 $e^{j\omega_0 rN} = 1$, 也就是说, 当 $\omega_0 N = 2\pi K$ 时, 条件满足, 其中, K 是任意整数。

图 2-8 $\cos(0.3\pi n)$ 和 $\cos(0.3\pi + 4\pi)n$ 图示

这个条件是满足以下方程：

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{K}{N} \quad (2.16)$$

换句话说，这意味着给定的归一化频率 ω_0 和 2π 的比值必须是一个有理数。时间序列的周期 N 等于

$$N = \frac{2\pi K}{\omega_0} \quad (2.17)$$

当此条件满足 K 为最小整数时，相应的 N 值给出了周期序列的基本周期，并且这个频率的整数倍数是谐波频率。

例：考虑一个序列 $x(n) = \cos(0.3\pi n)$ 。在这种情况下， $\omega_0 = 0.3\pi$ ， $\omega_0/2\pi = 0.3\pi/2\pi = 3/20$ 。因此序列是周期性的且其周期 N 是 20 个采样点。这个周期如图 2-8a 和图 2-8b 所示。

考虑另一个序列 $x(n) = \cos(0.5\pi n)$ ，在这种情况下 $\omega_0 = 0.5$ 。因此 $\omega_0/2\pi = 0.5/2\pi = 1/4\pi$ ，这不是一个有理数。因此这不是一个周期性的序列。

当给定的序列是几个复指数函数的总和时，每个都是周期不同的周期序列，它仍然是周期性的。举一个例子来说明这种情况下找一个基本周期的方法。

假设 $x_3(n) = \cos(0.2\pi n) + \cos(0.5\pi n) + \cos(0.6\pi n)$ 。其基本周期 N 必须满足条件

$$N = \frac{2\pi K_1}{0.2\pi} = \frac{2\pi K_2}{0.5\pi} = \frac{2\pi K_3}{0.6\pi} \quad (2.18)$$

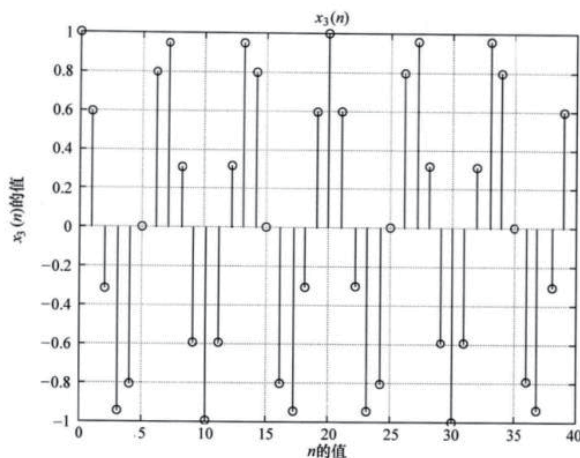
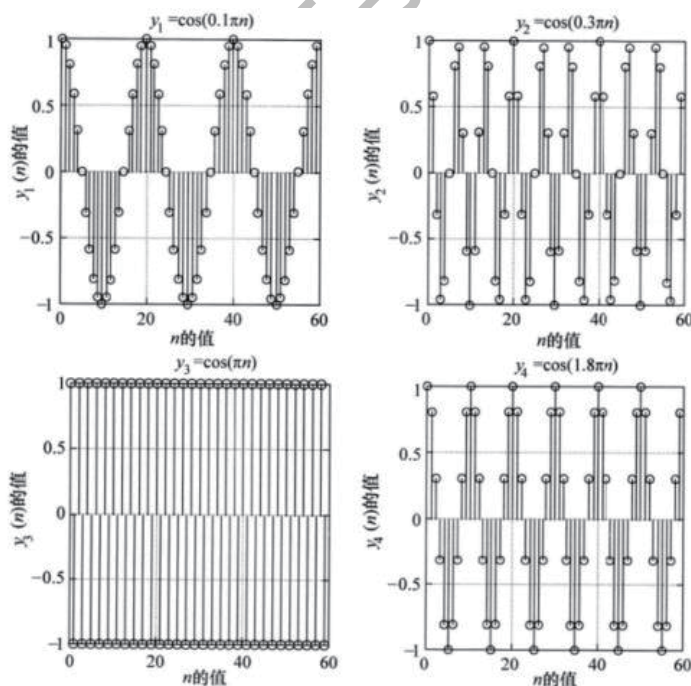
$$= 10K_1 = 4K_2 = \frac{10K_3}{3} \quad (2.19)$$

K_1, K_2, K_3 和 N 是整数。当 $K_1=2, K_2=5, K_3=6$ 时，满足这个条件的 N 值是 20。所以 $N=20$ 是 $x_3(N)$ 的基本周期。序列 $x_3(n)$ 绘制在图 1.9 中， $0 \leq n \leq 40$ ，表明它是一个有 20 个采样点的周期序列。

性质 (3) 已经观察到频率 ω_0 和 $\omega_0 + 2\pi$ 是相同的，因此振荡的频率是一样的。但是



考虑 ω_0 在介于 0 和 2π 之间变化时的振荡频率, 发现正弦序列 $\cos(\omega_0 n)$ 的振荡频率随着 ω_0 从 0 增加到 π 而增加, 振荡的频率随着 ω_0 从 π 到 2π 的增加而减少。因此当 $\omega_0 = \pm\pi$ 时离散时间序列 $\cos(\omega_0 n)$ 达到最高振荡频率。当归一化频率 $\omega_0 = 2\pi f_0/f_s$ 。取得 π 值时, $f_0 = f_s/2$ 。所以振荡的最高频率等于采样频率的一半。为了说明这个性质, 在图 1.10 中给出当 ω_0 取得介于 0 到 2π 之间的一些值时 DT 的序列图。

图 2-9 $x_3(n)$ 图 2-10 ω_0 在 $0 \sim 2\pi$ 之间取不同值时的 $\cos(\omega_0 n)$ 的值



因为频率相差 2π 是相同的, ω_0 从 2π 到 3π 增加和从 0 到 π 增加, 振荡频率以同样的方式增加。举一个例子, 我们看到 $v_0(n) = \cos(0.1\pi n)$ 的频率和 $v_1(n) = \cos(2.1\pi n)$ 的频率是一样的。有趣的是, $v_2(n) = \cos(1.9\pi n)$ 的频率振荡和 $v_1(n)$ 也是一样的, 因为

$$v_2(n) = \cos(1.9\pi n) = \cos(2\pi n - 0.1\pi n) \quad (2.20)$$

$$= \cos(2\pi n)\cos(0.1\pi n) + \sin(2\pi n)\sin(0.1\pi n) \quad (2.21)$$

$$= \cos(0.1\pi n)$$

$$= v_0(n)$$

$$v_1(n) = \cos(2.1\pi n) = \cos(2\pi n + 0.1\pi n) \quad (2.22)$$

$$= \cos(2\pi n)\cos(0.1\pi n) - \sin(2\pi n)\sin(0.1\pi n) \quad (2.23)$$

$$= \cos(0.1\pi n)$$

$$= v_0(n)$$

在图 1.11 中绘制了序列 $v_1(n)$ 和 $v_2(n)$, 以验证该属性。

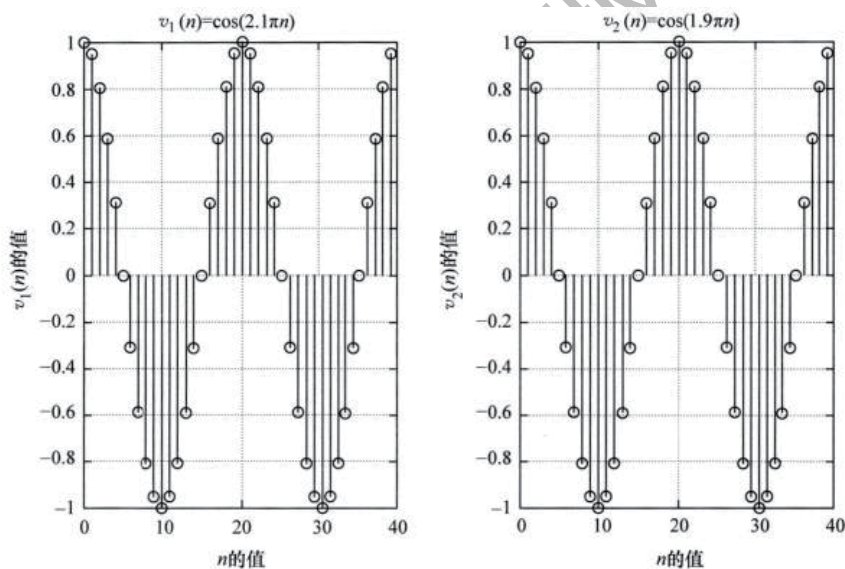


图 2-11 $\cos(2.1\pi n)$ 和 $\cos(1.9\pi n)$

2.3 滤波器设计发展史

滤波器是最常见的一种信号处理形式, 用来消除某些频率并且改进其他一些频率的幅值、相位或信号频谱某些部分的群延迟。绝大多数有关滤波器的文献包括两个部分: ①推导使滤波器的幅度、相位或群延迟接近给定频率响应指标的近似理论; ②使用硬件组设计



滤波器过程。最初的滤波器是由电感器、电容器和变压器设计组成的，通常连接负载的电阻和电源内部电阻。这些 LC（电感×电容）滤波器，在 19 和 20 世纪的许多年里很好地满足了电话网络里的滤波需求。当真空管和双极结型晶体管被发明出来的时候，设计过程必须为了把这些有源的模型设备集成到滤波器电路中而改变，但是滤波器的近似数学理论是独立于这些设备而发展的。在 20 世纪下半叶，使用双极型晶体管的运算放大器出现了并且没有电感的滤波器被设计出来以实现传输功能。设计过程要简单得多，并且设备技术也相应提高了，用来生产沉积在陶瓷基板上的厚膜和薄膜形式的电阻，而不是使用印制电路板。这些滤波器没有使用电感器和变压器，被称为有源 RC（电阻×电容）滤波器。20 世纪的下半叶，发展了开关电容滤波器，它们是目前用于音频应用中最常见的滤波器类型。这些滤波器只包含使用互补金属氧化物半导体（CMOS）晶体管的电容器和运算放大器。它们没有使用电阻和电感，整个电路使用超大规模集成（VLSI）技术设计。模拟信号通过这些滤波器被转换成采样信号，信号处理被视为模拟信号处理。但是后来，信号被转换为离散时间信号，离散时间系统理论目前被用于分析和设计这些滤波器。LC 滤波器，有源 RC 滤波器，能实现三阶低通滤波功能的开关电容滤波器的例子如图 2-12—图 2-14 所示。

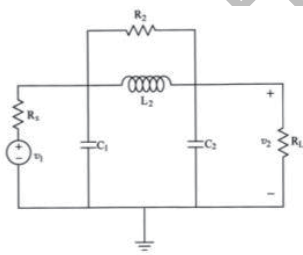


图 2-12 LC 低通模拟滤波器

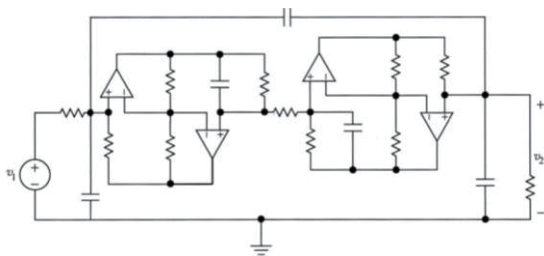


图 2-13 一个有源 RC 低通模拟滤波器

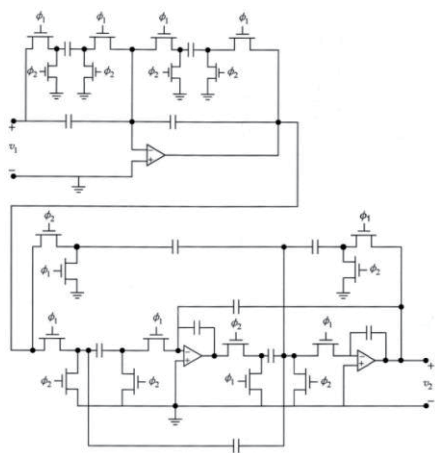


图 2-14 开关电容低通（模拟）滤波器

数字信号处理的发展有着同的历史。起初，离散时间系统理论的发展是由微分方程中积分和插值的数学方法所推动的。当计算机开始出现后，通过微分方程建立的物理系统建模的解决方案便由数字计算机实现。随着数字计算机在计算能力方面变得越来越强大，它们在石油工业的地质信号处理和电信行业的语音处理中被大量使用。数字滤波器理论的成熟及建立在集成电路技术基础上的更强大的计算机的出现，使得数字信号处理的理论和应用在过去的几十年里迅速发展。形成数字信号处理基础的两个革命性的成果，是香农采样定理和 Cooley-Tukey 快速傅里叶变换技术算法，在下面章节将详细讨论。香农采样定理证明，如果一个连续时间信号的频带有限（即，如果在最高频率 f_m 之上其傅里叶变换为零），在信号中以大于最高频率两倍的采样频率进行采样，那么模拟信号中包含的任何信息都不会丢失，连续时间信号可以通过采样的离散时间信号准确重构。在实际应用中，大多数的模拟信号首先通过一个模拟低通滤波器即预处理过滤或抗混叠过滤器——超出所需频带的输出频率经低通滤波器后会被削弱，这样它就可以被认为是一个带限信号。正是这种信号被采样、转换为离散时间信号且通过模拟-数字转换器（ADC）被编码为数字信号，这在本章早些时候就简要地讨论了。把离散时间信号视为所设计的数字滤波器的输入，它能改善原模拟信号中包含的信息或其等效离散时间信号所产生的采样。数字低通滤波器的一个典型的例子如图 2-15 所示。

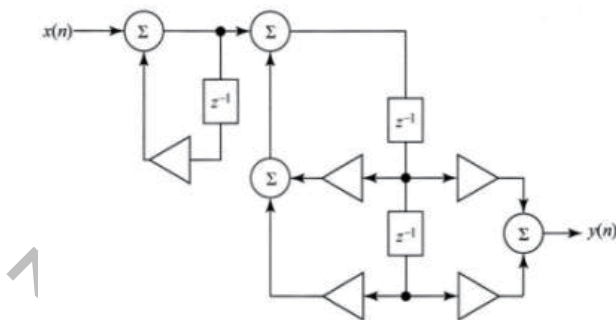


图 2-15 一个低通三阶数字滤波器

数字滤波器的输出被输入如图 2-17 所示的数—模转换器（DAC），还使用一个能够使来自于 DAC 的采样信号变平滑的低通模拟滤波器，被称为“平滑滤波器”。因此在如图 2-17 所示平滑滤波器的输出将得到一个模拟信号 $y_d(t)$ 。很明显，与如图 2-16 所示的模拟滤波器相比，图 2-17 所示的电路需要更多的硬件或涉及更多的信号处理，以过滤掉来自于模拟信号 $x(t)$ 的不需要的频率并且出一个输出信号 $y_d(t)$ 。比较这两个电路配置，确定是否可以得到与如图 2-16 所示的输出 $y(t)$ 相同或几乎相同的输出 $y_d(t)$ 是适当的；如果是这样，数字信号处理电路相比模拟信号处理需要更多的电路，数字信号处理比模拟信号处理到底有什么优点？

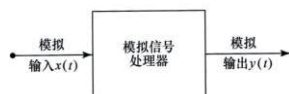


图 2-16 一个模拟信号处理系统的例子



图 2-17 数字信号处理系统例

2.4 模拟和数字信号处理

数字滤波器的基本元素是乘数器、加法器和延迟元件，它们根据一个由滤波器传递函数或其等效模型决定的算法来执行乘法、加法、移位操作。它们与模拟滤波器相比提供更大的灵活性和多功能性。输入信号传递函数的系数和样本值可以存储在数字滤波器硬件或计算机内存上（PC、工作站或大型计算机），通过改变系数，可以改变滤波器的传递函数，当改变输入的样本值时，能得到任意输入信号的滤波器响应。这种灵活性是不容易应用在模拟滤波器上的。

在时分复用方案下数字滤波器易于编程做分时过滤，而模拟信号时间分组之间不能交叉。数字滤波器可以作为时变滤波器被设计，通过改变采样频率和改变系数成为随时间变化的函数，即通过改变相应的算法，可以将数字滤波器设计成时变滤波器。

数字滤波器具有高精度和可靠性的优势。通过增加表示滤波器传递函数的系数和输入信号值的位数，可以获得很高的精度。又可以通过选择浮点表示的二进制数增加信号的动态范围和传递函数系数。用于模拟滤波器的电容电感的值、运算放大器参数和 CMOS 晶体管的参数等都无法达到如此高的精度。即使可以获得高精度模拟元件，经过长时间使用，它们也会由于允许公差、温度、湿度和其他参数——依赖设备使用的技术类型的影响产生很大的漂移，因此它们的滤波器响应最终缓慢衰减，直至不符合要求。至于数字滤波器，这样的影响是不存在的，因为转移系数数字长以及加乘单元数不会随任何模拟电路环境变化而改变。因此，数字滤波器的可靠性远高于模拟滤波器，这意味着它们的应用更经济。当然，由于不可预见的因素灾难性的失败同样可能在这两种情况下出现。如果使用计算机来分析、设计和模拟这些滤波器，甚至可以假定代表的数字滤波器系数和信号样本为双精度格式。需要指出的是，我们可以对很多滤波器进行多种条件下的仿真、分析及设计，如蒙特卡罗分析、最坏情况分析或迭代优化测试设计。当然，在模拟滤波器或连续时间系统



(如模拟控制系统)的情况下也可以利用 MAT-LAB 或 Simulink 等软件进行同样的测试。在模拟过滤器的制造中,我们可能不得不逐一调整它们来纠正制造公差,但是在数字过滤器中没有必要测试字长的准确性。

数字滤波器的数据可以存储在磁带、光盘(CD)、数字电视唱盘(DVD)和光学磁盘进行无限期保存。对它们可以进行没有任何退化或丢失数据的检索;用CD录制音乐就是一个很好的例子。相反,模拟信号随着时间的流逝慢慢恶化,无法进行没有任何损失的检索。没有简单的方式存储传递函数系数,它定义了模拟系统及供给模拟系统存储装置上的输入信号。

通过使用数字滤波器,可以实现许多传输模拟滤波器无法实现的功能。例如,除了那些已经在上面所提到的,利用数字滤波器可以实现以下特点:

(1) 过渡频带比从模拟滤波器得到的小得多;例如:一个具有 5000Hz 带宽的低通滤波器,通带波纹为 0.5dB,在 5010Hz 上的衰减为 100dB。频谱分析仪和综合器、语音编码器(语音记录器)和类似的设备在邻近的通带上要求非常低的幅度和相位响应,数字滤波器可以被设计用于满足这些要求。

(2) 有限冲激响应与线性相位滤波器。模拟滤波器没有这些特征。具有这些特征的数字滤波器在许多应用程序中得到了广泛应用。

(3) 5Hz 数量级甚至小数带宽,通常用来处理生物医学或地震信号。

(4) 可编程滤波器,多重速率滤波器,多维滤波器,自适应滤波器。可编程滤波器用来调整滤波器的频率选择特性。多重速率滤波器用于处理很多不同波速率的复杂信号,而二维数字滤波器用于图像处理。当发射器和接收器之间的传输介质改变——要么传输线切换到不同的接收器时,要么当它在发射器或接收器间的连接改变时,自适应滤波器一直被使用。例如,当一个通话从一个点切换到另一个点,电缆或微波链路发生变化,或当手机在一个广阔的范围内随着人移动时,绝对有必要使用自适应滤波器对信号通过传输链时的失真进行补偿。

(5) 我们选择滤波器只作为一个比较数字和模拟信号处理器的例子。还有许多其他类型的数字信号处理是可行的,并被使用着,这在模拟过滤器中是不可能的或是低效的。例如,信号传输错误检测和校正,减少错误率是一种先进的技术,被应用在许多应用中。另一个例子是我们可以用一个很大因子压缩数据并且以较低的成本和非常好的质量接收输入信号。为了指出数字信号处理理论的强大和可用的数字信号处理器,再次以手机为例。Bateman 和 Patterson-Stephans 指出,“在电话内,单个 DSP 设备可能执行实时语音压缩、视频压缩、回波消除、降噪,语音识别,波形编码、调制/解调、交织、多路径均衡、软判决译码、卷积、自动频率、功率和增益控制”,它们在一个有 TDMA、CDMA 和模拟信号处理的三重频带电话内完成。手机仅仅是一个来说明建立在上面描述的任何应用的数字信号处理技术数量巨大的例子。但如移动电话的应用也可以实现其他功能,它们的特点简



要描述如下。

考虑一部分移动电话网络运营的一个地理区域。它被分为如图 2-18 所示的蜂窝。蜂窝在区域上是不相等的,在话务量高的区域可能小至 300m,在农村会大至 35km。每个蜂窝的大小和形状决于给移动电话提供服务的天线的辐射方向和功率输出(并不是相等的六角形状和大小)。基站控制器(BSC),通常安装在塔上,为多达 124 个收发站(BTS)提供服务。这些收发站与已知所有位于蜂窝所覆盖区域的手机通信。BTS 变换不同的频率,也称为“频道”,传送和接收来自手机的信号。全球移动通信系统(GSM)是世界上使用最广泛的移动手机网络系统,在这个系统里,手机发送频率和收发站接收频率位于 890 ~ 915MHz,收发站发射频率和手机接收频率位于 935 ~ 960MHz。但为了提高频带利用率,使用相同频率的蜂窝要被分开,这样就没有信道干扰;一个 BTS 使用的频率也要间隔 200kHz。在覆盖范围内位于塔上的基本收发站是通过与移动交换中心(MSC)相连接的固定的数字线路连接的,移动交换中心是与如图 2-19 所示的公共交换电话网络(PSTN)以及互联网相连接的,其他 MSC 也与互联网相连接。

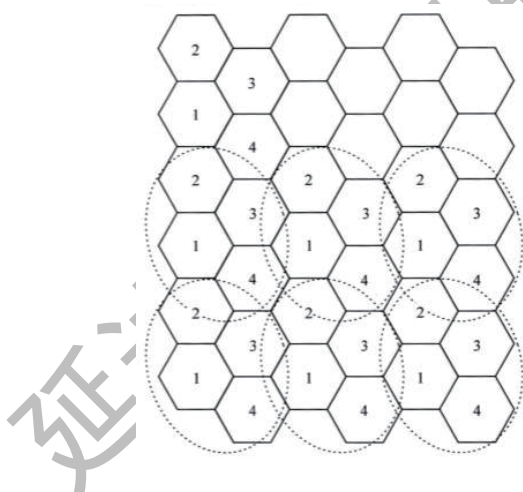


图 2-18 移动网络覆盖区域的小区重复模式

当手机发起通话发送语音、文字、即时消息或其他媒体时,它通过离它最近的 BTS 与网络连接,BTS 跟踪其位置并将此信息传递到位于固定数字线路的移动交换中心(MSC),它把从 BTS 收到的信息不断更新。每个手机都有一个归属位置寄存器(HLR)和访客位置寄存器(VLR)分配给它。HLR 包含有如用户的身份和在家庭网络中分配给该用户的电话号码的信息以及用户已经订阅的服务,而当用户在家庭网络之外使用手机时,VLR 包含这些信息。因此,当手机发起一个通话时,它将身份信息或取决于手机通话发起时刻手机位置的 HLR、VLR 信息发送给 BTS。移动交换中心检查来自 HLR 和 VLR 的数据来验证电话并允许手机访问网络。当打电话的人在蜂窝范围内移动时,BTS 监控电话和接收之间的信号强度,如果信号强度低于一定水平,它可能将手机控制转移到下一个蜂窝中的 BTS,这

个 BTS 可以提供强信号。如果附近没有这样的蜂窝，那么通话将被切断（即打电话者不能接收或发送电话信号）。

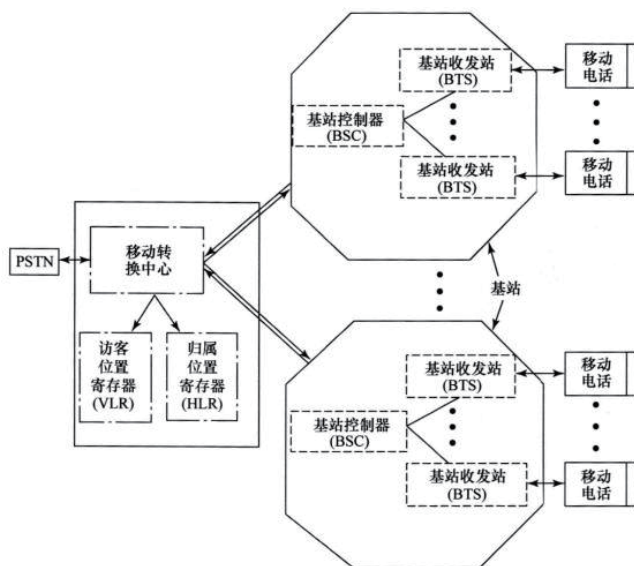


图 2-19 移动手机网络框图

当通话者从一个蜂窝移动到另一个蜂窝时，为其提供服务的 BTS 将控制转移到它所转移到的蜂窝中的 BTS。这是使移动电话成为可能的主要特征。所有这些操作都是由服务于移动手机网络的计算机执行的，这就是所谓的计算机网络技术。它不同于数字信号处理理论。本书提供对数字信号处理基本理论的介绍，这些理论被用于前面提到的语音压缩、多路径均衡、回波消除等技术中。

数字信号处理与模拟信号处理相比有一些缺点和局限性。通过查看图 2-16 和 2-17 中的两个电路，很明显，数字信号处理器是一个更复杂的系统，因为在数字信号处理器两侧有额外的模拟低通滤波器（ADC 和 DAC）组件，还有图像中没有显示的额外的控制和编程电路。另一个缺点是，数字信号处理器可以处理被可用的 ADC 和 DAC 最高采样频率限制的频带范围内的信号。随着频率的增加，这些设备的字长减少了，因此输入和输出数据的精度和动态范围就减少了。

例如，表 2-3 中给出一些目前可用的 ADC 数据。

表 2-3 当前可用的 ADC

| 采样速率/（采样数/s） | 分辨率/bit | 输入信号的最大频率 | 功率 |
|--------------|---------|-----------|------|
| 96000 | 24 | 48kHz | 90mW |
| 96000 | 18 | 48kHz | 60mW |
| 96000 | 16 | 48kHz | 40mW |
| 65000000 | 14 | 500MHz | 0.6W |
| 400000000 | 8 | 1GHz | 3W |



因此数字信号处理仅限于大约 1MHz，而模拟信号处理器可以处理高于那个频率的信号，例如处理雷达信号。在这样的应用中，模拟信号处理是一个更有吸引力和可行的选择，目前很多研究方向是混合信号处理。注意在表 2-3 中，随着给定信号分辨率（字长）的减少，能耗也减少，但这只是 ADC 的电力消耗，即使分辨率降低，随着采样频率的增加能量也增加。数字信号处理器本身消耗更多的电能，因此额外的电源管理电路被添加到整个系统中。相比之下，模拟信号处理器消耗更少的能量。LC 滤波器消耗很少的能量，可以在兆赫的频率范围操作。有源 RC 滤波器和开关电容滤波器被限制在音频范围内，但它们比 LC 滤波器消费更多的能量。预计在一个系统或一个芯片上进行的混合信号处理可以在很大范围提高所处理信号的最大频率，超出对于严格的数字信号处理系统是不可能的范围。因此我们将看到越来越多的频率更高的 DSP 应用，因为在模拟信号处理中 DSP 的优点大于缺点。

课后习题

1. $p_4(n) = \cos(0.2\pi n) + \cos(0.7\pi n) + \cos(\pi n)$ 的基本周期是多少？
2. 求 $p_5(n) = \cos(0.5n) + 3\cos(0.2n)$ 的基本周期。
3. 求 $p_6(n) = p_1(n)p_2(n)$ 的基本周期， $p_1(n)$ 和 $p_2(n)$ 在上面已给出。
4. 求 $p_7(n) = \cos(1.2\pi n) + 4\sin(0.2\pi n)$ 的基本周期。
5. $p_8(n) = \cos(0.1\pi n)p_3(n)$ 的基本周期是多少？
6. 正弦序列 $h(n) = \cos(\omega_0 n + \varphi)$ 一个周期内有以下值；求 A 、 ω_0 和 φ 的值：
 $h(n) = \{2.000, 0.00 - 2.00 - 0.00\}$